А.Г. Тяпин
доктор технических наук

АО «Атомэнергопроект», Москва, Россия

УДК 624.042.7

«Опасные направления» сейсмического воздействия» в линейно-спектральных расчетах

Аннотация: *Статья носит дискуссионный характер. Обсуждается получивший широкое распространение в отечественной практике линейно-спектральный расчет с выбором «опасных» направлений сейсмического воздействия». Он проанализирован в сравнении с принятым в международной практике проектирования ядерных объектов «многокомпонентным» подходом. Показано, что при расчете на такое многокомпонентное сейсмическое воздействие, у которого разные компоненты имеют одинаковые спектры, оба подхода дают одинаковые результаты, которые физически модели воздействия в них принципиально различны (статистически независимые компоненты в «многокомпонентном» подходе и полностью коррелированные компоненты в «направленческом» подходе). Причина такого сходства результатов – в математической аналогии между использованием правила ККСК («корень квадратный из суммы квадратов») при суммировании максимумов статистически независимых функций, с одной стороны, и использовании того же правила ККСК при суммировании модулей компонент вектора с целью получения модуля вектора. Допущение о совпадении спектров разных компонент не вызывает возражений применительно к горизонтальным компонентам. Однако при учете вертикальной компоненты сейсмического воздействия, имеющей свой спектр ускорений, «направленческий» подход в своем традиционном виде неприменим. С другой стороны, для схожих по форме коэффициентов динамичности разных компонент (например, для массовых расчетов, в которых спектр вертикальных ускорений принимается по форме аналогичным спектрам горизонтальных ускорений, понижающим коэффициентом 2/3) этот подход может быть легко модифицирован. Для этого надо применить особые коэффициенты динамичности, а также масштабировать коэффициенты участия всех собственных форм по вертикальному направлению.*

Ключевые слова: *сейсмическая реакция, линейно-спектральный расчет, расчет во времени, опасные направления сейсмического воздействия.*

Tyapin Alexander G.
Doctor of Technical Science, JSC "Atomenergoproject", Moscow, Russia

«Dangerous Directions of Seismic Excitation» in Linear Spectral Analysis

Abstract: *This paper opens the discussion on the «dangerous directions» of seismic excitation concept. This concept is popular in linear spectral analysis in our country. The author compares this approach with conventional «multi-component» approach used*

in the international practice for nuclear structures. It is shown that in case all components of seismic excitation have similar response spectra, both approaches give similar results in spite of the principal physical difference in excitations (no correlation between components in the «multi-component» approach versus full correlation in the «directional» approach). The reason of this similarity is mathematical analogy between SRSS (Square Root of Sum of Squares) rule used for (i) the combination of maximums for the statistically independent functions; (ii) combination of vectors components along orthogonal axes to get absolute value of vector. Similarity of the components response spectra is commonly accepted for two horizontal axes. However, vertical component usually has different spectrum; therefore the «directional» approach in its initial form cannot be applied. On the other hand, if spectral shapes are not very different (e.g. for the widespread case when vertical spectrum is taken as 2/3 of horizontal spectrum), then «directional» approach can be easily modified. One has to envelop normalized spectral shape curves and to scale participation factors for all natural modes in vertical direction.

Keywords: *seismic response, linear spectral method, modal analysis in the time domain, dangerous directions of seismic excitation*

В связи с проходящим в последнее время активным обсуждением нормативных подходов и направлений их совершенствования автор хотел бы обсудить получившее большое распространение в отечественной практике и вошедшую в отечественные нормы концепцию выбора так «опасных направлений» сейсмического воздействия». Главным поводом для обсуждения является явная нефизичность такой концепции. Действительно, некоторые выделенные направления в пространстве, бесспорно, существуют для сооружения (если это не «сферическая корова в вакууме»). Если бы какие-то физически выделенные направления существовали и были также и для сейсмического воздействия, можно было бы рассуждать об опасности совпадения этих направлений с выделенными направлениями для сооружения. Но в реальности сейсмического воздействия выделенных направлений нет: вектор сейсмических ускорений трехкомпонентного воздействия за время землетрясения постоянно меняет свое направление в пространстве. С другой стороны, нефизичность расчетной модели – вовсе не приговор; автор знает множество примеров эффективного и корректного использования нефизичных подходов, даже сам их не раз использовал. Отличительной особенностью использования нефизичных моделей являются повышенные требования к обоснованию границ их применимости, а также к пониманию физического смысла используемых величин.

Дополнительным поводом для обсуждения является отсутствие подобных подходов в мировой практике. Опять же, сам этот факт – не приговор; однако он заставляет задуматься о причинах. Как показывает опыт автора, эффективные идеи обычно получают распространение, если они не заимствуются традиционным путем (через литературу), то «переоткрываются» независимо разными авторами. Почему за долгие годы существования концепции выделенных направлений этого не случилось? Хотелось бы разобраться.

Завершая вступительную часть, автор еще раз хотел бы подчеркнуть, что намерен провести именно «обсуждение», а не осуждение рассматриваемой концепции. Общей методической базой для такого обсуждения является тезис о том, что линейно-спектральный расчет является надстройкой над модальным расчетом во времени. При решении нетривиальных вопросов необходимо «возвращаться» от спектрального расчета к модальному расчету во времени.

Обратимся к формулам. Хорошо известно уравнение движения платформенной модели в относительных перемещениях при сейсмическом воздействии, заданном трехкомпонентным движением платформы, запишем в виде [1]

$$[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\}=-[M][U]\{\ddot{X}_0\} \quad (1)$$

Здесь [M], [C], [K] – матрицы соответственно инерции, демпфирования и жесткости системы размера n x n (n – число степеней свободы); [U] – матрица размера n x 3, показывающая статические смещения системы при единичных статических смещениях платформы по каждой из осей координат; {X} – столбец относительных перемещений размера n x 1; $\{\ddot{X}_0\}$ – вектор-столбец ускорений платформы размера 3 x 1.

Далее применим модальное разложение относительных перемещений по собственным формам недемпфированной системы

$$\{X(t)\}=[\Phi]\{Y(t)\} \quad (2)$$

Здесь [Φ] – полная матрица собственных форм размером n x n; {Y} – столбец модальных перемещений размера n x 1.

После подстановки (2) в (1) и умножения (1) слева на матрицу $[\Phi]^T$ получаем уравнения относительного движения в модальных координатах недемпфированной системы

$$([\Phi]^T[M][\Phi])\{\ddot{Y}\}+([\Phi]^T[C][\Phi])\{\dot{Y}\}+$$
$$([\Phi]^T[K][\Phi])\{Y\}=-([\Phi]^T[M][U])\{A^0\} \quad (3)$$

При нормировке собственных форм по массе три матричных произведения в левой части (3), стоящие в круглых скобках, принимают вид

$$[\Phi]^T[M][\Phi]=[E]$$
$$[\Phi]^T[K][\Phi]=diag[\Omega_j^2]$$
$$[\Phi]^T[C][\Phi]\approx diag[2\lambda_j\Omega_j] \quad (4)$$

Здесь E – единичная матрица; λ_j и Ω_j – модальный коэффициент демпфирования и собственная частота недемпфированной формы номер j.

В правой части (3) в круглых скобках стоит матрица коэффициентов участия

$$\{q\}=[\Phi]^T[M][U] \quad (5)$$

С учетом диагональности всех матриц (4) матричное уравнение (3) распадается на n модальных скалярных уравнений для одномассовых осцилляторов

$$\ddot{y}_j+2\lambda_j\Omega_j\dot{y}_j+\Omega_j^2y_j=-\{q_j\}\{A^0\} \quad (6)$$

Здесь $\{q_j\}$ – строка j матрицы [Q], состоящая из трех коэффициентов участия формы j по осям координат.

Все эти уравнения хорошо известны и приведены здесь только для закрепления принятых в статье обозначений.

Усилия в системе при расчете во временной области определяются из решения квазистатической задачи, в которой всем массам приложены инерционные силы, пропорциональные произведению абсолютных ускорений реакции на инерцию. Абсолютные ускорения реакции являются суммой относительных ускорений из левой части (1) и переносных ускорений. Модальное разложение относительных перемещений дано в (2), но модальное разложение можно провести также и для переносных перемещений, используя известную формулу «участия» собственных форм в жестких перемещениях:

$$[U] = [\Phi][Q] \quad (7)$$

Из линейности уравнения (6) следует, что модальная относительная реакция $y_j(t)$ является суммой масштабированных коэффициентами q_{jk} трех составляющих $z_{jk}(t)$ (k=1..3), каждая из которых определяется как относительная реакция того же одномассового осциллятора (6) на одномерное воздействие $a_k(t)$. Тогда абсолютные (с учетом переносных) модальные ускорения равны

$$\ddot{y}_j(t) + \{q_j\}\{A^0(t)\} = \sum_{k=1}^{3} q_{jk}[\ddot{z}_{jk}(t) + a_k(t)] \quad (8)$$

Для получения абсолютных модальных узловых ускорений, сумма которых определяет полные абсолютные узловые ускорения, модальные ускорения (8) умножаются на собственную форму φ_{ij}. Именно абсолютные модальные узловые ускорения определяют инерционные узловые нагрузки в каждый момент времени при квазистатическом расчете усилий.

Здесь есть нетривиальный момент, который превратно понимается многими даже опытными специалистами. Это непонимание начинается с базового модального разложения (2). Поэтому вернемся сначала к нему и рассмотрим его геометрический смысл. Столбец узловых относительных перемещений в левой части (2) составлен из компонент векторов узловых относительных перемещений. Направления этих узловых векторов в пространстве все время меняются за время воздействия. В правой части (2) мы видим линейную комбинацию аналогичных по геометрическому смыслу столбцов $\{\varphi_j\}$, составленных из компонент узловых векторов перемещений в собственных формах. Коэффициентами в этой линейной комбинации выступают модальные относительные перемещения в главных координатах $y_j(t)$. Принципиальное отличие каждого слагаемого столбца линейной комбинации от суммарного столбца левой части состоит в том, что столбец $\{\varphi_j\}$ не зависит ни от времени, ни от воздействия, – от них зависит только коэффициент $y_j(t)$. Таким образом, векторы модальных перемещений в узлах, в отличие от векторов суммарных (по всем формам) перемещений в узлах, не поворачиваются в пространстве – они как бы «пульсируют», т.е. меняют во времени только свой модуль и могут изменить свое направление в пространстве только на противоположное направление. Изменение ускорения сейсмического воздействия на платформе во времени по модулю и по направлению никак не влияет на направление этих узловых модальных векторов в пространстве (за исключением изменения на противоположное направление)! Это относится как к относительным, так и к абсолютным модальным перемещениям, а также к модальным скоростям и ускорениям.

Инерционная нагрузка в узлах для квазистатического расчета усилий определяется произведением матрицы масс (не зависящей от времени) на абсолютные ускорения в узлах, а они, в свою очередь, определяются как линейная комбинация собственных форм (не зависящих от времени) с коэффициентами в виде модальных ускорений (8). Здесь от времени зависят только эти модальные ускорения. Линейно-спектральный метод является своего рода «надстройкой» над модальным методом, в которой использование реализации по времени заменяется использованием максимальных по времени модулей. Максимальные по времени абсолютные модальные ускорения реакции согласно (8) можно записать в виде

$$\ddot{Y}_j = \max_t \left| \ddot{y}_j(t) + \{q_j\}\{A^0(t)\} \right| = \max_t \left| \sum_{k=1}^{3} q_{jk}[\ddot{z}_{jk}(t) + a_k(t)] \right| \quad (9)$$

Будем считать, что нам известны спектральные ускорения S_{jk} воздействия на рассматриваемой модальной частоте ω_j при соответствующем модальном демпфировании λ_j для каждой компоненты k воздействия в отдельности:

$$S_{jk} = \max_t |[\ddot{z}_{jk}(t) + a_k(t)]| \quad (10)$$

Повторим, что из двух индексов индекс k обозначает номер компоненты воздействия, а индекс j относится к номеру формы – фактически он отвечает только за собственную частоту и демпфирование осциллятора (6).

Задача состоит в том, чтобы по известным спектральным ускорениям компонент воздействия (10) оценить максимальное абсолютное модальное ускорение (9). Здесь как раз и начинается разница между двумя рассматриваемыми в настоящей статье подходами.

Первый подход (условно названный «по многокомпонентным») заключается в предположении о том, что три слагаемых в круглых скобках под модулем в (9), порождаемых различными компонентами воздействия (т.е. разными значениями k), являются между собой статистически независимыми и взятие максимума по времени от суммы вычисляется по максимумам по времени от отдельных слагаемых по правилу ККК («корень квадратный из суммы квадратов»):

$$\ddot{Y}_j = \left(\sum_{k=1}^{3} q_{jk}^2 S_{jk}^2\right)^{1/2} \quad (11)$$

Этот подход, используемый в мировой практике проектирования сложных объектов и подробно прописанный в Стандарте [1], можно считать более или менее физичным при записи свидетельствует о статистической независимости компонент реального воздействия). В отечественной литературе он изложен в монографии А.Н.Бирбраера [2]. По сравнению с расчетом во времени на трехкомпонентную акселерограмму воздействия с теми же спектрами всех трех компонент, такой спектральный расчет является немного приближенным. Источник погрешности приближения кроется

и тезис о том, что три реакции на три статистически независимые компоненты являются статистически независимыми между собой, и применяемое, как следствие, правило ККСК для суммирования максимумов является строгими применительно к каждой отдельной реализации случайного воздействия. Они носят статистический характер применительно к каждой отдельной акселерограмме и дают некоторую «статистическую» погрешность.

Альтернативный подход условно назовем направленческим – причина для такого названия станет ясна позже. Зафиксируем в пространстве некоторое направление единичного вектора **{e}**, характеризуемое направляющими косинусами e_k (k=1,2,3). Пусть однокомпонентная акселерограмма A(t) приложена вдоль этого вектора. Тогда три ее компоненты вдоль исходных осей координат будут равны

$$\{A^e(t)\} = \{e\}A(t) \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (6), несложно показать, что в этом случае

$$\ddot{Y}_j = S_j^a \left| \{q_j\}\{e\} \right|$$

Здесь S_j^a – спектральное ускорение, полученное для A аналогично (10). Отметим, что в левой части стоит число, а в правой части – произведение числа (спектрального ускорения) и двух матриц (строки $\{q_j\}$ и столбца **{e}**). В итоге перемножения матриц, разумеется, получается то же число, но этот факт является следствием определенного размера матриц.

Выберем в пространстве такое направление единичного вектора **{e}** (назовем его «опасным» для рассматриваемой формы), при котором произведение (13) при фиксированных S_j^a и $\{q_j\}$ достигает максимума (из всех направлений **{e}**), и вычислим этот максимум. Отметим, что вращение единичного вектора **{e}** в поисках опасного направления происходит не во времени: каждая ориентация этого вектора фиксируется на все время воздействия.

Отметим еще один важный и неочевидный факт: вращение единичного вектора в пространстве не означает изменения направления приложения модальных инерционных нагрузок в узлах сооружения для выбранной формы при квазистатическом расчете усилий. Действительно, модальное ускорение в левой части (13), как отмечено выше, является скаляром (т.е. числом, а не матрицей). Для получения модальных узловых ускорений, определяющих модальную инерционную нагрузку, это число в дальнейшем умножается на столбец $\{\varphi_j\}$ узловых перемещений в рассматриваемой форме. Затем для получения инерционных нагрузок в узлах абсолютные ускорения в узлах умножаются на узловые массы. Направление инерционных модальных нагрузок в пространстве в каждый момент будет определяться именно перемещениями в этой собственной форме, а модальное ускорение (13) будет регулировать только модули этих нагрузок. Поворот единичного вектора **{e}** в пространстве в поисках опасного направления не изменяет собственную форму $\{\varphi_j\}$ и массы, поэтому от него будут зависеть только модули нагрузок, но не их направления в пространстве. Именно скалярный характер модального ускорения (13) дает возможность искать по его максимуму «опасное направление» единичного вектора.

«Как же так?» – спросит читатель. «Ведь мы легко представим себе очень жесткое сооружение, у которого ускорения во всех узлах будут просто равны ускорению на фундаменте. Вращение вектора ускорений воздействия на фундаменте приведет к точно такому же вращению векторов ускорений реакций во всех узлах – и инерционные нагрузки в узлах тоже будут поворачиваться соответственно повороту нагрузок на фундаменте». Разрешение этого кажущегося парадокса дано автором выше в комментарии о принципах модального разложения. Все сказанное выше по поводу жесткого сооружения – сущая правда, но она относится только к суммарным по всем формам ускорениям и нагрузкам в узлах. Они действительно поворачиваются в пространстве при повороте вектора ускорений воздействия. Модальные же составляющие этих суммарных ускорений и нагрузок поворачиваться в пространстве не будут! Это относится как к расчетам во времени, так и линейно-спектральным расчетам.

Однако вернемся к реализации «направленческого» подхода. Указанный выше выбор опасного направления единичного вектора **{e}** и вычисление соответствующего максимального модального ускорения (13) только на первый взгляд кажутся сложными. На самом деле, обе операции совсем несложно программировать, если заметить, что в правой части (13) стоит скалярное произведение вектора **{e}** на вектор $\{q_j\}^T$, составленный из трех коэффициентов участия рассматриваемой формы. Как известно, скалярное произведение двух векторов равно не только сумме произведений компонент этих векторов, но и произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними. Это один из результатов аналитической геометрии. Очевидно, что при варьировании направления единичного вектора **{e}** максимум модуля скалярного произведения на фиксированный вектор $\{q_j\}^T$ будет достигнут, когда направления двух перемножаемых векторов совпадут между собой (а косинус нулевого угла между ними станет равным единице). Таким образом, опасное направление вектора **{e}** – это просто направление вектора $\{q_j\}^T$, а максимальное значение скалярного произведения двух векторов при этом равно просто модулю этого вектора,

$$\max_e \ddot{Y}_j = S_j^a \left(\sum_{k=1}^{3} q_{jk}^2\right) \qquad (14)$$

Сравним полученный результат (14) с (11). Мы видим, что результаты совпадут при условии, что все спектры отдельных компонент S_{jk} в (11) при разных k одинаковы между собой и равны спектру S_j^a в (14). Иными словами, оказалось, что вместо того, чтобы прикладывать по разным осям координат три статистически независимых компоненты акселерограммы с одинаковыми спектрами, достаточно приложить только одну компоненту с таким же спектром. Но приложить ее не по оси координат, а в некотором специальном «опасном» направлении, задаваемом коэффициентами участия формы (при этом для разных форм «опасные» направления будут разными). В этом «направленческом» варианте акселерограмма воздействия тоже окажется в исходных осях трехкомпонентной, но эти три компоненты будут полностью коррелированны между собой, поскольку они связаны направляющими косинусами единичного вектора.

тора «опасного направления» с единичным ускорением A_1(1). Линейно-спектральные расчеты по этим методам (с учетом разной корреляции между компонентами нулевой в «многокомпонентном» методе и полной в «направленческом» методе) приведут к одинаковым результатам, хотя воздействия физически будут разными. Расчеты во временной области «направленческим» подходом дадут точно такой же результат, как спектральные расчеты, а в «многокомпонентном» подходе они дадут по сравнению с этим результатом некоторую разумную «статистическую» погрешность (см. выше).

Как же получилось, что явно нефизичная «направленческая» модель привела ко вполне разумному результату? Как и во всех других случаях с успешным использованием нефизичных моделей, один «грех» нефизичности здесь как бы разменивается на другой для получения правильного результата. В нашем случае нефизичная полная корреляционность компонент между собой в «направленческом» подходе при прочих равных ведет к увеличению реакции (сравните с ККСК для суммирования некоррелированных слагаемых с простым суммированием модулей для коррелированных слагаемых). Но этот «завышающий» фактор в «направленческом» подходе разменивается на другой фактор - а именно, на нефизичное занижение модуля ускорения.

Продемонстрируем это наглядно. Действительно, если считать, что максимум модуля ускорений во втором «направленческом» подходе равен a, то в первом («многокомпонентном») подходе он равен 1,7a, когда каждой компоненте, но эти максимумы по разным компонентам реализуются в «многокомпонентном» подходе в разные моменты времени. В тот момент, когда в одной компоненте достигается этот максимум, ускорения по другим компонентам не равны нулю. В первом приближении (правило 100-40-40) они в этот момент равны 0,4 a, что дает модуль вектора ускорений примерно 1,16 a. А ведь это еще не обязательно максимальный по времени модуль вектора (его максимум может достигаться вообще в другой момент времени), а только его оценка снизу. Так что мы видим явное и нефизичное занижение модуля ускорений воздействия в «направленческом» подходе (по сравнению с «многокомпонентным» подходом), но вместе с отмеченным выше нефизичным завышением взаимной корреляции компонент воздействия оно дает, как мы видели, очень хороший результат в рассматриваемом случае.

Фактически в «направленческом» подходе использована математическая аналогия между вычислением максимума модуля суммы статистически независимых функций по максимумам модулей отдельных слагаемых по правилу ККСК с одной стороны, и модуля вектора по модулям отдельных его компонент, с другой стороны – здесь используется то же правило ККСК.

Теперь обсудим правомерность тезиса о равенстве спектров ускорений отдельных компонент воздействия применительно к практике. Сразу отметим, что по отношению к двум горизонтальным компонентам этот тезис является общепринятым (по крайней мере, в массовых расчетах). Автору приходилось встречать не так много работ, где рассчитывались бы объекты в эпицентральных зонах в единой расчетной модели вместе с очагами землетрясений – сами воздействия на сооружения по двум горизонтальным осям различались между собой очень мало (протяженность ориентации разломов, не это сказать, в расчетной практике пока экзотика). Таким образом, если ограничиваться расчетами на горизонтальные компоненты сейсмического воздействия с одинаковыми спектрами по двум осям, то «направленческий» подход дает точно такие же результаты, как и «многокомпонентный».

При этом нет никакой нужды заставлять сейсмологов ради «направленческого» подхода рассчитывать модули ускорений по записям отдельных компонент. Ничто не мешает заботе автора о сокращении хлопот сейсмологов – просто в «направленческом» подходе в качестве направления, как мы видели, будет принадлежать одно-компонентное воздействие с спектром, заданным сейсмологами изначально для одной горизонтальной компоненты, а не для модуля ускорения. Как отмечалось выше, дело не в физической, а в математической аналогии (модуль вектора ускорения по записям – физичная величина; здесь же нам нужна как раз нефизичная заниженная величина, чтобы компенсировать погрешность от нефизично завышенной коррелированности компонент). Так что привязка шкалы интенсивности к ускорениям горизонтальной компоненты (а не к модулям) не должна ставиться под вопрос при использовании «направленческого» подхода.

Теперь отдельно обсудим вопрос о вертикальной компоненте сейсмического воздействия. Сразу заметим, что сравнивать спектры вертикальных ускорений и спектры горизонтальных ускорений физически нельзя. Для данных (по отношению к площадке) землетрясений при отсутствии подробной информации в actual нормах [1] по умолчанию принято считать спектры вертикальной компоненты подобными спектрам одной горизонтальной компоненты с понижающим коэффициентом 2/3. Это эквивалентно принятию общего коэффициента динамичности β(T) для всех компонент при понижении пикового ускорения в вертикальном направлении.

Посмотрим теперь, что мы рассматриваем именно такой случай:

$$S_{jk} = \beta(T_j)\, A_k; \quad A_k = \max_t |a_k(t)|$$
$$k = 1,2,3; \quad A_3 = A_2 = (2/3)\, A_1 \qquad (15)$$

Тогда (14) превратится в

$$= \beta(T_j)\, A_1 \left(q_{j1}^2 + q_{j2}^2 + \frac{4}{9} q_{j3}^2\right)^{1/2} \qquad (16)$$

Сравнивая (16) с (14), мы видим, что «направленческий» подход дает правильный результат и при наличии вертикальной компоненты сейсмического воздействия, пропорциональной горизонтальным компонентам с коэффициентом 2/3, но только если коэффициенты участия всех форм по вертикальной умножить на 2/3.

Для ближних (по отношению к площадке) землетрясений вертикальная компонента обычно больше по максимальным ускорениям. Отмечены случаи, когда в эпицентральной зоне максимальные вертикальные ускорения даже превышали горизонтальные. Однако при этом и формы спектров для вертикальной компоненты иные – эти спектры обычно заметно более высокочастотные, чем для горизонтальных компонент. Это связано с тем, что в эпицентральных зонах за вертикальные ускорения отвечают продольные волны, а за горизонтальные ускорения – поперечные волны. У них раз-

ная скорость распространения, и поэтому разное затухание на одинаковых расстояниях (что в основном для высокочастотных компонент). С учетом всего этого «направленческий» подход может быть приближенно использован, только если обогнуть спектры горизонтальных и вертикальных ускорений.

Подчеркнем, что огибание спектров в данном случае совсем не эквивалентно огибанию коэффициентов динамичности (КД), что пытаются вместо огибания спектров предлагать некоторые специалисты. Можно показать, что спектр ускорений есть произведение КД на максимальный по времени модуль ускорения. Если у нескольких огибаемых спектров максимальные ускорения одинаковы между собой, то огибание спектров действительно эквивалентно огибанию коэффициентов динамичности. Но в нашем случае это не так: при различии максимальных ускорений по вертикали и по горизонтали в полтора раза (по умолчанию) огибание коэффициентов динамичности изрядно добавит неоправданного, на взгляд автора, консерватизма не за счет различия в формах кривых КД, а за счет умножаемых на КД максимальных ускорений. Такой консерватизм останется даже в том гипотетическом случае, когда КД по всем направлениям будут одинаковы.

Если по каким-то причинам (скажем, в силу особенностей применяемых расчетных программ) необходимо использовать «направленческий» подход для воздействия, у которого спектр вертикальной компоненты отличается от спектра горизонтальных компонент и по форме, и по максимальному ускорению, напрашивается некоторое комбинированное решение с разделением максимальных ускорений и коэффициентов динамичности. Коэффициенты динамичности можно огибать по трем направлениям (или по двум, если в двух горизонтальных направлениях спектры одинаковы), а разницу в максимальных ускорениях использовать для масштабирования коэффициентов участия, как это сделано выше. Огибание КД соответствует огибанию спектров с одинаковым максимальным ускорением (единичным для всех КД), поэтому оно вполне разумно.

Оппоненты упрекают автора в том, что рассматриваемый им «направленческий» подход – это вовсе не то, что заложено в нормативные документы. Разберемся с этим подробнее. В СНиП II-7-81* [3] направляющих косинусов «опасного направления» не было – там вообще был расчет на однокомпонентное воздействие. Судя по всему, первый документ, где эти косинусы появились, – это СП 31-114-2004 [4]. Но мы возьмем для обсуждения более свежий документ - нормы СП 14.13330.2014 [5]. Модальная инерционная нагрузка по форме i, приложенная в узле конструкции k по направлению j, описывается формулой (2) (нумерация оригинала), которую мы выпишем в обозначениях оригинала:

$$S_{0ik}^{j} = m_k^j \, \gamma_i \, K_\psi \, \eta_{ik}^j \qquad (17)$$

Последний сомножитель в этой формуле описывается формулой (5) (нумерация оригинала), которую мы тоже выпишем в обозначениях оригинала:

$$\eta_{ik}^{j} = \frac{U_{ik}^{j} \sum_{p=1}^{n} \sum_{l=1}^{3} m_p^l \, U_{ip}^l \, r_l^j}{\sum_{p=1}^{n} \sum_{l=1}^{3} m_p^l \, (U_{ip}^l)^2} \qquad (18)$$

Сделаем к этим формулам несколько комментариев.

1. Явно неправильно использование индекса j для суммирования в знаменателе нормативной формулы (18), т.к. этот индекс уже используется в числителе и в левой части как свободный (т.е. такой индекс, по которому в числителе суммирование не проводится). Это редакционное замечание надо будет учесть при следующей правке – просто заменить индекс в знаменателе.

2. Нормативные формулы (17) и (18) традиционно используют допущение о том, что матрица масс является диагональной. В этом смысле они уступают в общности формулам с матричным перемножением типа формулы (5). В настоящее время диагональные матрицы масс в расчетной практике используются редко, так что здесь надо будет подправить формулы. Это тоже легко будет сделать при следующей правке норм.

3. С другой стороны, формула (18) не использует предположение о нормировке форм по массе. В этом смысле эта формула формально является более общей, нежели матричные формулы, приведенные в начале статьи. В знаменателе (18) с учетом диагональности матрицы масс стоит (в обозначениях автора, использованных в первой части статьи) произведение $\{\varphi_i\}^T [M] \{\varphi_i\}$, которое для нормированных по массе форм согласно первой формуле (4) равно единице. Если после вычисления собственной формы i это произведение оказалось отлично от единицы, все перемещения в указанной форме «нормируются по массе», т.е. делятся на квадратный корень из этого произведения. Применим эту нормировку для дальнейших рассуждений – это принципиально ничего не меняет, но сократит громоздкие формулы.

Перепишем формулу (17) с подстановкой в нее (18), несколько изменив порядок сомножителей и суммирования. Коэффициент K_ψ в (17) примем единичным – это в нашем случае не ограничит общности рассуждений.

$$S_{0ik}^{j} = m_k^j \, U_{ik}^j \, \{\sum_{l=1}^{3} (A \, \beta_i) [\sum_{p=1}^{n} U_{ip}^l m_p^l] \; r_l^j\} \qquad (19)$$

Отметим, что в фигурных скобках в правой части (19) стоит объект с единственным свободным индексом i, описывающим номер формы – это аналог модального спектрального ускорения (13). Покажем, что этот объект не просто аналогичен, а тождественен (13).

В круглых скобках в правой части (19) стоит спектральное ускорение, которое ранее обозначалось S_j^a (там индекс j описывал номер формы). В квадратных скобках в правой части (19) стоит некий объект со свободными индексами i и l, который мы представим в виде строки $\{d_i\}$, состоящей из трех элементов d_{il} (l=1..3). Эта строка в (19) матрично перемножается со столбцом $\{r\}$, составленным из трех направляющих косинусов r_l (l=1..3). Столбец узловых инерционных нагрузок для рассматриваемой формы i, получаемый перебором в (19) узлов k и направлений j, в матричном виде запишется в форме

$$\{S_i^a\} = [\{\varphi_i\}] (S_i^a \{d_i\} \{r\}) \qquad (20)$$

Сравнивая выражение в круглых скобках в правой части (20) с модальным ускорением (13), мы видим, что осталось доказать только тождественность строк $\{q_j\}$ в (13) и $\{d_i\}$ в (20).

Из (5) следует, что

$$q_j^l = \{\varphi_j\}^T [M] \{U^l\} \qquad (21)$$

Здесь $\{U^l\}$ – вектор узловых статических смещений при статическом поступательном смещении платформы на единицу по направлению l. Понятно, что это столбец будет состоять из единиц (узловые смещения каждого узла в направлении l) и нулей (все остальные смещения). После умножения этого столбца на диагональную матрицу [M] мы получим столбец такой же по структуре столбец с точками расположения в нем нулей, но вместо единицы для каждого узла p будет стоять масса m_p^l. При умножении этого столбца на строку транспонированной формы мы получим с точности то же выражение, которое в правой части (12) стоит в квадратных скобках.

Итак, мы показали, что нормативный подход тождественен подходу, который ранее был назван выше «направленческим». Это означает, что в нормативном подходе, что бы ни говорили его авторы, все компоненты воздействия физически полностью коррелированны друг с другом. Действительно, уже само по себе простое суммирование спектральных величин по направлениям воздействия, как оно проводится в формуле (19) по индексу l, физически эквивалентно допущению о том, что максимумы реакций (т.е. спектральные ускорения) достигаются одновременно. В противном случае (если компоненты статистически независимы и максимумы достигаются не одновременно) суммирование максимумов должно проводиться по другим правилам (например, ККСК или 100-40-40).

При этом задача выбора опасного направления для каждой формы, как показано выше, легко решается аналитически. Таким образом, в нормах нет никаких причин требовать от расчетчика самостоятельного определения углов назначения опасных направлений – в формулу для нагрузки (18) можно сразу указать максимальный результат по каждому модальному ускорению, вычисленный для опасного направления. Более того, произвольная фиксация направления воздействия (будь то по осям сооружения или как-то еще, но не согласно коэффициентам участия формы) с дальнейшим использованием нормативных формул, использующих направляющие синусы, приведет к неконсервативным результатам. Причина этого неконсерватизма в том, что совпадение результатов нефизичного «направленческого» подхода с результатами физичного многокомпонентного подхода достигается, как мы видели, только при правильном выборе действительно самого опасного направления для каждой формы.

Перейдем к выводам. Получивший широкое распространение в отечественной практике и вошедший в отечественные нормы «линейно-спектральный расчет с выбором опасных направлений сейсмического воздействия» [5] проанализирован в сравнении с принятым в международной практике проектирования АЭС «многокомпонентным» подходом [1]. При этом «направленческий» подход рассматривается с учетом выбора для каждой формы действительно «опасного» направления однокомпонентного воздействия в пространстве, определяющего максимум модального ускорения реакции. Такой выбор «опасного» направления и вычисление соответствующему ему «опасному» модального ускорения, на самом деле, легко выполняется с учетом правил аналитической геометрии.

Показано, что при расчете на многокомпонентное воздействие с одинаковыми спектрами по всем компонентам оба подхода дают одинаковые результаты, хотя физически модели сейсмического воздействия в них различны (статистически независимые компоненты в «многокомпонентном» подходе и полностью коррелированные компоненты в «направленческом» подходе). Причина такого сходства результатов – в математической аналогии между использованием правила ККСК при суммировании максимумов статистически независимых функций, с одной стороны, и использовании того же правила ККСК при суммировании модулей компонент вектора.

Однако при учете вертикальной компоненты сейсмического воздействия, имеющей другой спектр ускорений, отличный от спектров горизонтальных компонент, «направленческий» подход в своем изначальном виде неприменим. С другой стороны, для тех случаев расчетов, в которых спектр вертикальных ускорений принимается по форме аналогичным спектрам горизонтальных ускорений, понижающим коэффициентом 2/3, «направленческий» подход может быть легко модифицирован путем соответствующего масштабирования коэффициентов участия всех собственных форм по вертикальному направлению. Для более общего случая можно рекомендовать комбинированный подход, когда разница в максимальных ускорениях компонент используется для масштабирования коэффициентов участия форм в вертикальном направлении, а коэффициенты динамичности сбрасываются по вертикальному направлению и горизонтальным направлениям.

Отсюда вытекает ряд очевидных поправок к традиционным нормативным формулам, задающим инерционные сейсмические модальные нагрузки при спектральном расчете. Главному осмыслена привязка максимальных ускорений не к пику интенсивности: оказывается, правильной для нормативного подхода является привязка к интенсивности не максимального модуля вектора ускорений в пространстве, а максимального модуля горизонтальной компоненты ускорения.

Отметим, что все рассуждения в настоящей статье проводились для реакции по одной выделенной форме. Стоящее за этим неявное допущение состоит в том, что усилия по разным формам при однокомпонентном воздействии в многокомпонентном подходе суммируются по правилу ККСК (корень квадратный из суммы квадратов), а в нормативном подходе они суммируются по правилу ККСК без ограничения на однокомпонентность воздействия. Однако для этого необходимо, прежде всего, чтобы все собственные частоты были бы достаточной степени (более чем на 10%) разнесены друг от друга. Еще одно условие для такого суммирования – достаточно полный учет высших форм (без использования остаточного члена). Только в этом случае можно делать выводы о формулиях (а именно условия определяют консерватизм расчетов), основываясь на сравниваемых в настоящей статье фактических модальных ускорениях реакции по каждой форме в отдельности.

Случаи близких собственных частот и использования остаточного члена заслуживают отдельного рассмотрения.

применительно к оценке применимости «направленческого» подхода. Автор надеется продолжить работу в этом направлении. После этого можно будет сделать более общие выводы о потенциальных выгодах и границах применимости «направленческого» подхода по сравнению с «многокомпонентным» подходом. Покажем первые результаты сравнения показывают, что «направленческий» подход при всей своей нефизичности способен давать хорошие результаты, хотя и не всегда. По сравнению с «многокомпонентным» подходом «направленческий» подход позволяет для выбранной формы вместо трех решений (по разным направлениям воздействия) выполнять одну реакцию (по «опасному» направлению воздействия). Впрочем, это необязательно ведет к тройному сокращению объема расчетов: большинство современных программ не будут решать одну и ту же систему заново «с нуля».

Автор понимает, что затрагивает тему, которую многие считают закрытой классиками много лет назад. Он готов выслушать критику и приглашает коллег к публичному обсуждению.

Автор хотел бы выразить благодарность Плотниковой Елене Викторовне Познякевич, дискуссия с которой привела к появлению настоящей статьи. Страница формул дает больше для понимания, чем пять страниц словесных реплик.

The author would like to express my gratitude to Plotnikova Elena Viktorovna Poznyak, the discussion with which led to the appearance of this article. The formula page provides more for understanding than five pages of verbal cues.

Литература

1. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary. ASCE4-98. Reston, Virginia, USA. 1999.

2. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.

3. СНиП II-7-81 «Строительство в сейсмических районах» / Минстрой России. М.: ГП ЦПП. 1995.*

4. СП 31-114-2004 «Правила проектирования жилых и общественных зданий для строительства в сейсмических районах». М.: ЦНИИСК им. Кучеренко. 2005.

5. СП 14.13330.2014 «Строительство в сейсмических районах». Актуализированная редакция СНиП II-7-81». М.: ФАУ ФЦС. 2014.*

References

1. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary. ASCE4-98. Reston, Virginia, USA. 1999.

2. Beerbraer A.N. Raschet konstruktsii na seismostoikost'. SPb.: Nauka, 1998. 255 p.

3. SNiP II-7-81 «Stroitel'stvo v seismicheskikh raionah» / Minstroi Rossii. M.: GP TSPP.1995*

4. SP 31-114-2004 «Pravila proektirovaniia zhilyh i obshchestvennyh zdanii dlya stroitel'stva v seismicheskih raionah». M.: TSNIISK im. Kucherenko. 2005.

5. SP 14.13330.2014 «Stroitel'stvo v seismicheskih raionah». Aktualizirovannaya redaktsiia SNiP II-7-81». M.: FAU FTSS. 2014.*

Для цитирования: *Тяпин А.Г. «Опасные направления» сейсмического воздействия» в линейно-спектральных расчетах // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2019. № 3. С. 22–29.*

For citation: *Tyapin A.G. «Dangerous Directions» of Seismic Excitation» in Linear Spectral Analysis. Seismostoikoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenii [Earthquake engineering. Constructions safety], 2019, no. 3, pp. 22-29. (in Russian).*